CORRESPONDANCE

SUR

L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE.

N°. 6. *Juillet* 1806. (1)

§. I. ANALYSE ET GÉOMÉTRIE.

PROBLÊME.

Des jours de l'année où le temps vrai est égal au temps moyen; par M. Hachette.

Ayant supposé que l'inclinaison de l'écliptique par rapport à l'équateur de la sphère céleste, étoit la seule cause d'inégalité du temps vrai et du temps moyen, on a demandé les jours de l'année pour lesquels ces temps sont égaux? (*Voyez la Correspondance*, n°. 4, pag. 83.)

La plupart de ceux qui prendront quelque intérêt à la solution de ce problême, auront lu le Système du Monde de M. Laplace, ou les Élémens d'Astronomie de M. Biot; néanmoins il suffira, pour entendre cette solution, d'avoir, sur la sphère céleste, les connoissances que l'on trouve dans la plupart des géographies, et que nous allons rappeler le plus brièvement possible.

On suppose que la terre est sphérique, qu'elle est animée de deux mouvemens de rotation, l'un autour d'un axe passant par son centre, et que par cette raison on nomme son *axe*, l'autre autour d'une droite menée par le centre du soleil. Le cercle décrit par le centre de la terre autour du soleil se nomme *écliptique*;

---

(1) Deuxième édition, avril 1810.

le temps employé à le décrire est l'*année*. On appelle *méridien* le cercle de la sphère terrestre dont le plan passe par l'axe de la terre; le *jour* est le temps qui s'écoule entre deux passages consécutifs du plan d'un même méridien par le centre du soleil. Le grand cercle perpendiculaire à l'axe de la terre, de même rayon et de même centre que l'écliptique, se nomme *équateur;* l'inclinaison des plans de l'équateur et de l'écliptique est, pour le 23 septembre 1806, de 23° 27′ 55″9.

Les deux points où se coupent les cercles de l'équateur et de l'écliptique se nomment *équinoxes* ou *points équinoxiaux*, et les points à égale distance des équinoxes, *les solstices*; la droite menée par les équinoxes s'appelle *ligne des nœuds*.

En prenant pour unité de temps la durée d'une révolution entière de la terre sur son axe, l'année est exprimée par un certain nombre de ces unités; le nombre de jour qu'elle comprend étant connu, en divisant le premier de ces deux nombres par le second, le quotient est le *jour moyen*.

Supposons maintenant qu'à partir d'un des équinoxes on ait divisé l'écliptique en autant d'arcs qu'il y a de jours dans l'année; en marquant sur ce cercle les points où se trouve le centre de la terre à la fin de chaque jour, les méridiens menés par les extrémités de chacun de ces arcs font entre eux un angle qui varie pour chaque jour de l'année: or, le jour est le temps qui correspond à une révolution entière de la terre et à la portion de révolution mesurée par cet angle variable; car, lorsque, par la rotation entière, le plan du méridien est revenu parallèle à lui-même, il faut encore qu'il traverse le petit arc de l'équateur qui mesure la portion de révolution, avant de repasser par le soleil: donc le jour vrai est variable, comme le temps de la révolution de la terre qui y correspond.

Si on imagine l'équateur divisé en autant d'arcs égaux qu'il y a de jours dans l'année, le jour moyen correspondra à une révolution entière du méridien de la terre, plus à une portion de révolution mesurée par cet arc; donc le jour moyen sera égal au jour vrai, lorsque le centre de la terre sera au point de l'écliptique pour lequel l'une des divisions inégales de ce cercle sera de même grandeur que l'une des divisions égales de l'équateur.

Aux équinoxes, les tangentes à ces arcs sont dans un plan perpendiculaire à la ligne des nœuds et aux solstices, le plan de ces tangentes est parallèle à cette même ligne. En supposant ces arcs infiniment petits, le rapport de ces arcs est à l'équinoxe celui du rayon au cosinus de l'inclinaison de l'écliptique par rapport à l'équateur. Au solstice ce rapport est inverse; mais

dans cette même hypothèse d'arcs infiniment petits, il y a un point de l'écliptique pour lequel ils sont égaux; c'est ce point qu'il s'agit de déterminer par des considérations géométriques.

Première solution.

Soient ETQ et $eSç$ les deux grands cercles de l'équateur et de l'écliptique, OP et OU les axes de ces cercles, PST, Pst les deux méridiens qui comprennent les deux arcs infiniment petits Ss et Tt de l'écliptique et de l'équateur, qu'on suppose égaux entre eux; ayant mené l'arc SR du parallèle à l'équateur, on a le triangle différentiel RSs dans lequel l'angle RSs égale l'angle des deux droites OT et OS; en effet $\cos RSs = \frac{RS}{Ss} = \frac{RS}{Tt} = \frac{SO'}{OT}$; or SO' est le cosinus de l'angle TOS dans le cercle d'un rayon égal à celui de l'écliptique ou de l'équateur; donc $\cos RSs = \cos SOT$, donc ces deux angles sont égaux.

Les plans $PSTV$ et OUS, menés, l'un par l'axe OP de l'équateur, et l'autre par l'axe OU de l'écliptique, font entre eux un angle égal à RSs, puisqu'ils sont perpendiculaires, le premier à l'arc RS, et le second à l'arc Ss; l'angle SOT mesure donc aussi l'inclinaison de ces deux plans; mais ayant mené OV perpendiculaire à OS dans le plan du méridien POS, l'angle VOU dont les côtés sont perpendiculaires à SO, mesure encore l'inclinaison des plans PSO et USO qui se coupent suivant SO; donc l'angle VOU égale l'angle SOT. D'ailleurs les angles SOT et POV sont égaux comme ayant leurs côtés perpendiculaires l'un à l'autre; donc il y a aussi égalité entre les angles POV et VOU: d'où il suit que la droite OV est dans un plan qui divise en deux parties égales l'angle formé par les axes OP et OU, qui est perpendiculaire au plan de ces axes. Nous allons maintenant faire voir que cette droite OV est l'arête d'un cône oblique à base circulaire, dont O est le sommet; l'intersection de ce cône avec le plan qui la contient, détermine sa position, et par suite celle du point S; mais auparavant je vais démontrer un théorème de géométrie assez curieux, qui, je crois, ne se trouve dans aucun ouvrage.

Théorème.

Si entre deux droites fixes et qui se coupent, on fait mouvoir deux plans rectangulaires, la surface engendrée par la droite intersection des deux plans mobiles, est un cône qui a même sommet que l'angle des deux droites fixes, et qui a pour base un cercle dont le plan est perpendiculaire à l'une ou l'autre de ces droites.

DÉMONSTRATION.

Soient OP et OU ces deux droites fixes, que je suppose rapportées sur un plan horisontal, OA la projection sur ce plan de l'une quelconque des intersections des plans mobiles, D un point pris arbitrairement sur la droite OU, DAC la perpendiculaire abaissée du point D sur OA, $DABO$ et CBD les cercles décrits sur DO et DC comme diamètre; considérant ces cercles comme appartenant à des sphères des diamètres DO et DC, ces deux sphères se coupent suivant le cercle du diamètre BD, dont le plan est perpendiculaire à celui des deux droites OP et OU; or, si d'un point quelconque de ce cercle on mène des droites aux points C et D, l'angle qu'elles formeront entre elles sera droit; mais si du point projetté en E on mène des droites aux points A et O, ces droites feront encore entre elles un angle droit; donc une droite quelconque intersection de deux plans rectangulaires mobiles passe par un point du cercle de la sphère $DABO$, qui a pour diamètre BD, et dont le plan est perpendiculaire à l'une des deux droites OP et OU; donc ce cercle est la base du cône oblique qui est le lieu de toutes les intersections des plans mobiles.

Faisons maintenant l'application de ce théorême à la détermination de la droite OV (fig. 1.) Le plan VOU est perpendiculaire à la droite SO, or cette droite est dans le plan du méridien VSO, donc les deux plans VOU et VOP sont perpendiculaires l'un à l'autre, donc la droite OV intersection de ces plans est une arête du cône oblique qui a pour base le cercle du diamètre UX perpendiculaire à l'un ou l'autre des deux axes OP, OU; mais on a vu précédemment que cette même droite étoit dans un plan perpendiculaire à celui des mêmes axes, et divisoit en deux parties égales l'angle qu'ils formoient entre eux, donc sa position dans l'espace est déterminée. Pour la construire (fig. 3, *les points de cette figure qui se trouvent dans la précédente, sont marqués des mêmes lettres*), soit pris pour le premier plan de projection celui des deux axes OU, OP, et pour le second un plan perpendiculaire à l'axe OU.

M et M' sont les deux projections du milieu de UX, $Unn'X'$ est la base du cône oblique. Ayant divisé l'angle XOU en deux parties égales par la droite ON et mené la droite Nnn', les méridiens correspondant aux points n et n' coupent le plan de la base du cône oblique suivant les droites $X'n$, $X'n'$, et par conséquent le plan de l'écliptique (qu'on suppose recouché sur le plan des deux axes OP, OU), suivant deux droites parallèles

à ces dernières. Soit $O'S$ la parallèle à $X'n$ sur le plan de l'écliptique, l'arc $S'U$ sera la distance du centre de la terre à l'équinoxe U, le jour où le temps vrai sera égal au temps moyen; nommant μ cet arc, on aura

$$\overline{\tang \mu}^2 = \frac{\overline{KX'}^2}{\overline{nK}^2} = \frac{\overline{KX'}^2}{KX' \times KU'} = \frac{KX'}{KU'}$$

à cause de $KX' = NX$, de $KU' = NU = NP$,

$$\overline{\tang \mu}^2 = \frac{NX}{NP} = \frac{OU}{OY}.$$

OU étant le rayon des tables pris pour l'unité, α l'angle POU des deux axes ou l'inclinaison des plans de l'équateur et de l'écliptique, on aura

$$\overline{\tang \mu}^2 = \frac{1}{\cos \alpha}.$$

Deuxième Solution.

Les deux arcs de l'écliptique et de l'équateur compris entre deux méridiens étant égaux, les angles qui ont ces arcs pour mesures le sont aussi; mais l'un de ces angles est la projection orthogonale de l'autre, d'où il suit que la détermination des deux arcs égaux sur l'écliptique et l'équateur est un cas particulier d'un problême plus général que j'ai proposé il y a quelques années (1), et dont voici l'énoncé :

« Deux plans étant donnés, placer un angle dans un de ces » plans, de telle manière que les côtés de cet angle projetté sur » l'autre plan, comprennent entre eux un second angle égal » au premier? »

La feuille de dessin étant prise pour l'un des plans donnés, soit AB sa ligne d'intersection avec l'autre plan; sur une droite de longueur arbitraire AB, on décrit un arc capable de l'angle donné ACB; le centre D de cet arc se trouve sur une droite EDC perpendiculaire sur le milieu de AB.

Soit XYZ l'angle des deux plans connus de position, rapporté sur un troisième plan perpendiculaire à la commune intersection

---

(1) Il a été résolu fort élégamment par plusieurs élèves, et entre autres par M. Baduel, actuellement ingénieur des ponts et chaussées, employé à la route du Simplon.

AB des deux premiers; après avoir porté la distance DE du centre de l'arc ABC à la corde AB, de Y en F, en H et en G, on a tiré la droite GHL qui rencontre DF au point L, par lequel on a mené la droite LK parallèlement à YZ ou DE.

Il résulte de cette construction que l'angle dont les côtés passent par les points A et B, qui a pour sommet le point projetté en K sur le plan XYZ, et en M ou N sur le plan de l'arc ABC, est égal à sa projection sur ce dernier plan; en effet, la comparaison des deux triangles GYH et KHL fait voir que $KL = KH$, puisque $YG = YH$: or, si on conçoit un cercle égal à ABC, et dans le plan LKl et le plan incliné $ABYHK$, ces deux cercles, dont les centres sont projettés en L et H et de même rayon AD ou BD, auront une corde commune qui se projette horisontalement en MN; donc l'angle qui a son sommet à l'extrémité de cette corde, et dont les côtés passent par les points A et B, a pour projection un angle AMB ou ANB égal à lui-même.

L'angle XYZ des deux plans donnés ne changeant pas, on peut supposer que l'angle ACB varie et devienne $AC'B$; on déterminera de la même manière le sommet K' de ce nouvel angle, pour que sa projection lui soit égale; or, tous les points tels que L, L'... sont sur une ligne droite YLL'.... car les triangles GLF, $GL'F'$ sont semblables et donnent

$$LF : L'F' :: FG : F'G';$$

mais ce dernier rapport est égal à celui de YF à YF', donc tous les points L, L'.... sont en ligne droite, donc la droite YLL' peut être considérée comme l'axe de la surface engendrée par un cercle constamment horisontal dont le centre parcourroit cette droite, tandis qu'un des points de sa circonférence décriroit la verticale projettée en A ou B. Cette surface est celle que M. Monge et moi avons nommée, dans notre Traité des Surfaces du second degré, *hyperboloïde à une nappe*. L'intersection de cet hyperboloïde et du plan $BAYX$ contient les sommets de tous les angles qui ont pour projections verticales K, K'....; lorsque la corde AB devient infiniment petit, ce qui correspond au cas où l'angle ACB est infiniment petite, l'hyperboloïde devient un cône oblique dont YLL' est l'axe, et YV un des côtés; or le plan $BAYX$ coupe ce cône suivant deux arêtes qui contiennent les sommets des angles infiniment petits dont les projections ne diffèrent pas des angles mêmes, d'où il suit qu'en considérant le plan XY comme celui de l'écliptique, les droites menées dans ce plan par le centre de l'écliptique parallèlement aux arètes du cône, déterminent sur ce cercle les points où se trouve le centre de la terre, lorsque le temps vrai est égal au temps moyen.

Construisant la fig. 4 pour ce cas particulier, on développera fig. 5, le plan DYX sur le plan vertical, YY' sera sur ce développement l'intersection de l'équateur et de l'écliptique, faisant KP' égale à l'ordonnée KP du cercle horisontale, décrit du point L comme centre avec Ls pour rayon, et menant YP', l'angle $Y'YP'$ ou $YP'K$ sera l'angle de la ligne des équinoxes avec l'arête du cône dont YK est la projection verticale, et par conséquent l'angle cherché; le nommant, comme dans la première solution, μ, on aura

$$\overline{\text{tang}\,\mu}^2 = \left(\frac{YK}{P'K}\right)^2 = \frac{\overline{YK}^2}{\overline{PK}^2} = \frac{\overline{YK}^2}{lK \times KS},$$

à cause de $KH = KL$ et de $LS = GY$, on a $KS = KY$, donc $\overline{\text{tang}\,\mu}^2 = \frac{KY}{lK}$; prenant KY pour rayon, et nommant α l'angle XYF ou l'inclinaison de l'équateur et de l'écliptique, $\overline{\text{tang}\,\mu}^2 = \frac{1}{\cos\alpha}$, comme on l'a trouvé précédemment.

Extrait d'une lettre de M. Dupin, officier du génie maritime, ancien élève de l'Ecole Polytechnique, à M. Hachette, Professeur de l'Ecole Polytechnique.

Gênes, 20 avril 1806.

Je vous envoie enfin la détermination des rayons de courbure des surfaces du second degré : il y a long-temps que je vous l'avois promise, mais j'en étois alors si peu satisfait, que j'ai toujours différé de vous la donner.

En revenant sur le même sujet, et par d'autres considérations, je suis parvenu à des résultats qui m'ont paru plus simples ; ce sont ceux que je vous envoie.

En suivant la marche que j'ai tracée à la fin de la feuille que je vous envoie, je suis parvenu à des résultats assez simples ; ils sont généralisés et également applicables à toutes les surfaces.

Ils résolvent immédiatement la question suivante, par exemple, qui, autrement, me paroîtroit d'une solution assez compliquée.

Par un point donné sur une surface arbitraire, on fait trois sections entièrement arbitraires, on en donne la courbure au point commun, *on demande et la direction des lignes de courbure en ce point, et les rayons de courbure qui leur appartiennent.*

Question dont la solution sera utile à la coupe des pierres et à quelques questions de constructions nautiques.

Voici encore un résultat simple et général :

Qu'on conçoive une surface développable arbitrairement circonscrite à une surface quelconque, que par un des points de la courbe de contact on mène deux plans normaux, l'un qui soit tangent à la courbe de contact, l'autre qui soit tangent à l'arête de rebroussement *de la surface développable; et déterminons au point donné les rayons de courbure des intersections de ces plans et de la surface primitive.*

Enfin, supposons que la courbe de contact passant toujours par le point donné varie d'une manière quelconque, les deux rayons *de courbure changeront à-la-fois de grandeur; mais dans tous les changemens qu'ils éprouveront*, leur somme restera la même.

Ce sera la somme des deux rayons de courbure *de la surface.*

Quand les deux courbures de la surface seront de signes contraires, l'un des rayons devenant négatif, ce sera la différence *des rayons des sections qui sera constante et égale à la différence des deux rayons de courbure de la surface.*

Ces deux sections normales qui fournissent les rayons de courbure dont la somme ou la différence est celle des rayons mêmes de la surface, sont très-remarquables, et leur considération jette beaucoup de jour sur la nature de la courbure des surfaces et les théories qui en dépendent.

Démonstration de l'égalité de volume des polyèdres symétriques ;

Par M. Ampère, répétiteur de mathématiques à l'Ecole Polytechnique.

Lorsque l'on considère à-la-fois les trois dimensions de l'étendue, on rencontre une difficulté qui n'a rien d'analogue dans la géométrie plane, et qui résulte de ce que deux corps peuvent avoir les mêmes côtés et les mêmes angles disposés de la même manière, sans s'étendre dans le même sens ; ce qui ne permet pas de les superposer, quoiqu'ils soient égaux dans toutes leurs parties. M. Legendre a nommé *corps symétriques* ceux qui se trouvent dans ce cas. Il en a le premier développé la théorie, et a démontré dans les notes de la seconde édition de sa Géométrie,

l'égalité de volume des deux tétraèdres, et par conséquent de deux polyèdres symétriques quelconques. Cette démonstration repose sur l'égalité des sphères circonscrites à ces tétraèdres, et sur leur décomposition en douze pyramides triangulaires. Il l'a jugée lui-même trop compliquée pour trouver place dans les élémens, quoique l'on ne puisse rendre complettes, sans son secours, les démonstrations relatives à la mesure des polyèdres, qui reposent toutes sur la détermination du volume du prisme triangulaire considéré comme la moitié d'un parallélipipède. Pour mettre ces démonstrations à l'abri de toute difficulté, je chercherai d'abord à prouver l'égalité de volume de deux prismes symétriques, et je dis qu'on pourroit facilement y parvenir d'une manière analogue à celle dont on démontre la même égalité entre deux parallélipipèdes de même base et de même hauteur. Dès-lors les démonstrations relatives à la mesure des prismes ne laissoient plus rien à desirer; mais il me sembloit que la proposition générale sur le volume des polyèdres symétriques, quoique moins nécessaire à l'enchaînement des propositions dont se compose la géométrie à trois dimensions, devoit aussi fixer l'attention des mathématiciens. Je la déduisis de l'égalité de volume des prismes symétriques, en ôtant successivement une même pyramide quadrangulaire de deux prismes triangulaires équivalens à la moitié d'un même parallélipipède, et en faisant voir que les restes étoient deux tétraèdres symétriques. Le mémoire qui contenoit ces deux démonstrations, telles à-peu-près que je les donne ici, fut présenté à l'Académie de Lyon, dans le courant de l'an 1801. Quelques années après, M. Fournier, élève de l'Ecole centrale des Quatre-Nations, trouva, en suivant une marche semblable à la mienne, la démonstration de l'égalité de volume des deux prismes triangulaires que donne un parallélipipède coupé par un plan diagonal. Il ne s'occupa pas de la question générale, parce qu'il ne se proposoit que de faire disparoître la difficulté qui se trouvoit encore dans les élémens, relativement à la mesure des prismes. Le résultat de son travail se trouve dans une note de la troisième édition de la Géométrie de M. Lacroix. J'ai cru devoir donner ici la démonstration du théorême général sur le volume des polyèdres symétriques, espérant que les géomètres verroient peut-être avec quelque plaisir la théorie de ces corps dégagée de l'obscurité qu'elle pouvoit encore présenter, et la démonstration de l'égalité de volume de deux polyèdres symetriques déduite sans décomposition trop compliquée, de celle de polyèdres superposables.

Théorème I^{er}.

Deux prismes symétriques sont équivalens.

Dém. Soit le prisme *ABCDEFGHIK* (fig. 6). Après en avoir prolongé les arêtes parallèles vers *L*, *M*, *N*, *O*, *P*, et avoir mené un plan *XY*, perpendiculaire à ces arêtes, si l'on prend

$$fL = fA,\ gM = gB,\ etc.$$
$$fQ = fF,\ gR = gG,\ etc.$$

on obtiendra le prisme symétrique *LMNOPQRSTU*. Si l'on prend ensuite, de part et d'autre du plan *XY*, *fl* et *fa* égales aux arêtes du prisme donné, et qu'on mène les plans *abcde*, *lmnop*, parallèles à *XV*, on aura deux prismes droits, *abcdefghik*, *fghiklmnop*, qui non-seulement auront toutes leurs arêtes et tous leurs angles égaux, mais seront superposables et par conséquent égaux en volume, comme on le voit en plaçant la base *fghik* du premier sur la base *lmnop* du second, car les arêtes perpendiculaires à ces bases se confondant et étant de la même longueur, l'autre base *abcde* se confondra aussi avec *fghik* : ce qui démontre la coïncidence complette des deux prismes.

Il en seroit de même, en général, de deux prismes droits quelconques.

Ce que nous disons des deux prismes que nous venons de considérer, pouvant toujours leur être appliqué, il s'ensuit qu'ils ne peuvent avoir les arêtes et les angles égaux sans être superposables. Reste donc à démontrer l'égalité de volume des deux prismes *ABCDEFGHIK*, *LMNOPQRSTU*, dans le cas où ils sont obliques, et ne peuvent par conséquent être superposés.

Des prismes tronqués *ABCDEabcde*, *FGHIKfghik*, sont égaux et superposables; car en plaçant la base *abcde* sur son égale *fghik*, les arêtes perpendiculaires à ces bases prendront ces mêmes directions et seront de même longueur, puisqu'on a :

$$Aa = Af - fa = Af - AF = Ff,$$
$$Bb = Bg - bg = Bg - BG = Gg,\ etc.$$

Mais en ôtant successivement ces deux prismes tronqués de *ABCDEfghik*, il reste d'une part le prisme droit *abcdefghik*, de l'autre le prisme oblique *ABCDEFGHIK* : ces deux prismes sont donc équivalens.

On démontrera de même que le prisme droit *lmnopfghik* est

équivalent au prisme oblique *LMNOPQRSTU*; nous venons de voir, d'ailleurs, que les deux prismes droits sont égaux : ainsi les deux prismes obliques sont équivalens.

Corollaire. Si l'on partage un parallélipipède en deux prismes triangulaires par un plan diagonal, ces deux prismes seront symétriques; ils seront donc, d'après la démonstration précédente, équivalens entre eux, et par conséquent à la moitié du parallélipipède. Cette proposition est, comme on sait, la base de toute la théorie de la mesure des prismes, qui se trouve ainsi à l'abri de toute difficulté.

Théorème II.

Deux tétraèdres symétriques sont équivalens.

Dém. Soit le tétraèdre *ABCD* (fig. 7); supposons qu'on en prolonge les faces *CAB*, *DAB*, vers *E* et *F*, de manière que les figures *CAEB*, *DAFB*, soient des parallélogrammes, et qu'on achève le tétraèdre *ABEF*, il sera symétrique à *ABCD*, parce que les deux faces *EAB*, *FAB* seront respectivement égales à *CAB*, *DAB*, avec lesquelles elles forment des parallélogrammes; qu'elles seront également inclinées; et que les trois angles qui se réunissent en *B*, dans le nouveau tétraèdre, seront disposés en sens contraire des trois faces qui se réunissent en *A* dans le tétraèdre donné : tout tétraèdre symétrique à celui-ci pourra donc être superposé sur *ABEF*; et il ne s'agira plus que de démontrer que ce tétraèdre est équivalent à *ABCD*.

En achevant le parallélipipède *GH*, dont *CAEB*, *DAFB*, sont des plans diagonaux, les deux prismes triangulaires *CBEAGD*, *DBFAGE*, seront, par le corollaire précédent, équivalens à la moitié du parallélipipède *GH*; ils le seront donc entre eux. Et comme en ôtant de ces deux prismes triangulaires la pyramide quadrangulaire commune *ABEGD*, il reste d'une part le tétraèdre *ABCD*, de l'autre le tétraèdre symétrique *ABEF*; ces deux tétraèdres sont aussi équivalens.

Corollaire. Deux polyèdres symétriques quelconques pouvant être décomposés en un même nombre de tétraèdres respectivement symétriques, il s'ensuit que ces polyèdres seront nécessairement équivalens; ce que je m'étois proposé de démontrer.

ANALYSE APPLIQUÉE A LA GÉOMÉTRIE.

DE LA COURBE DE CONTACT D'UNE SURFACE CONIQUE AVEC UNE SURFACE DONT L'ÉQUATION EST DU DEGRÉ m.

Par M. Hachette.

M. Monge, après avoir démontré dans ses ſeuilles d'analyse appliquée à la geométrie, que la courbe de contact d'une surface conique avec la surface du second degré étoit plane, a énoncé la proposition suivante :

Si une surface dont l'équation est du degré m *est touchée par un cône, la courbe de contact est sur une autre surface courbe du degré* m — 1.

Pour le démontrer : soit $V = 0$, (1)

L'équation algébrique d'une surface : en la décomposant en ses termes des degrés m, $m-1$, $m-2$, etc., et nommant ces termes F_m, F_{m-1}, F_{m-2}, etc., on aura :

$$V = F_m + F_{m-1} + F_{m-2}, \text{ etc.} = 0. \qquad (2)$$

Différentiant cette équation $V = 0$, son équation différentielle sera de la forme

$$Pdx + Qdy + Rdz = 0. \qquad (3)$$

P, Q, R, étant des fonctions de x, y, z.

L'équation aux différences partielles de la surface conique dont le sommet a pour coordonnées les constantes a, b, c, est en supposant $dz = pdx + qdy$,

$$c - z = p\,(a - x) + q\,(b - y),$$

substituant pour p et q les valeurs $-\frac{P}{R}$, $-\frac{Q}{R}$ tirées de l'équation (3),

L'équation $P\,(a - x) + Q\,(b - y) + R\,(c - z) = 0$, qui en résulte, appartient à la courbe de contact que l'on considère. Ayant mis cette dernière équation sous la forme :

$$Pa + Qb + Rc = Px + Qy + Rz, \qquad (4)$$

le premier membre est évidemment du degré $m - 1$; la ques

se réduit donc à faire voir que le second membre est aussi du degré $m-1$.

Chaque terme de l'équation (2) étant une fonction homogène, on aura pour l'un quelconque, par exemple, le premier F_m, dans lequel entrent les trois variables x, y, z,

$$mF_m = x\frac{dF_m}{dx} + y\frac{dF_m}{dy} + z\frac{dF_m}{dz} \text{ (1)}$$

En effet, en supposant que chacune de ces variables devienne

$$x(1+g), y(1+g), z(1+g),$$

la fonction F_m deviendra

$$(1+g)^m F_m = F_m\left(1 + mg + \frac{m(m-1)}{2}g^2, \text{ etc.}\right);$$

mais par le théorême de Taylor, cette même fonction F_m devient :

$F_m + gx\dfrac{dF_m}{dx} + gy\dfrac{dF_m}{dy} + gz\dfrac{dF_m}{dz} + \text{etc.}$; donc on aura :

$$F_m + mgF_m + \frac{m(m-1)}{2}g^2F_m + \text{etc.}, =$$

$$= F_m + gx\frac{dF_m}{dx} + gy\frac{dF_m}{dy} + gz\frac{dF_m}{dz} + \text{etc.}$$

Cette dernière équation doit avoir lieu, quelle que soit la valeur de g; donc on doit égaler dans les deux membres les coëfficiens de g, g^2, etc.; ce qui donne :

$$mF^m = x\frac{dF_m}{dx} + y\frac{dF_m}{dy} + z\frac{dF_m}{dz}.$$

Par la même raison,

$$(m-1)F_{m-1} = x\frac{dF_{m-1}}{dx} + y\frac{dF_{m-1}}{dy} + z\frac{dF_{m-1}}{dz}$$

$$(m-2)F_{m-2} = x\frac{dF_{m-2}}{dx} + y\frac{dF_{m-2}}{dy} + z\frac{dF_{m-2}}{dz}$$

$$(m-3)F_{m-3} = \text{etc.}$$

---

(1) Ce théorême est vrai, quel que soit le nombre de variables qui entrent dans la fonction homogène. (Voyez le *Traité élémentaire de calcul différentiel et intégral de M. Lacroix.*)

Ajoutant tous les termes de ces équations par colonnes verticales ; la première somme se réduit par l'équation (2) à

$$-(F_{m-1}+2F_{m-2}+3F_{m-3}+\text{etc.});$$

la seconde somme se réduit à

$x\dfrac{dV}{dx}$; la troisième à $y\dfrac{dV}{dy}$; la quatrième à $z\dfrac{dV}{dz}$; et à cause de $\dfrac{dV}{dx}=P$, $\dfrac{dV}{dy}=Q$, $\dfrac{dV}{dz}=R$, l'équation de la courbe de contact devient : (4)

$$Px+Qy+Rz=Pa+Qb+Rc=$$
$$-(F_{m-1}+2F_{m-2}+3F_{m-3}, \text{etc.})$$

Ce résultat ne fait pas seulement voir que la courbe de contact est sur une surface dont l'équation est du degré $m-1$, elle indique encore comment elle est composée en fonctions dérivées des termes de l'équation proposée $V=0$.

Si on suppose le sommet du cône tangent à l'origine des coordonnées, elle se réduit à

$$F_{m-1}+2F_{m-2}+3F_{m-3}+\text{etc.}$$

M. Cauchy, élève de cette année, est arrivé à ce même résultat de la manière suivante :

L'origine des coordonnées étant placée pour plus de facilité au sommet du cône, les équations de la droite mobile qui engendre ce cône, seront de la forme $x=az$, $y=bz$. Soit de plus

$$\varphi(x,y,z)=0 \qquad (1)$$

L'équation de la surface proposée, les z des points où la droite touchera la surface seront donnés par l'équation $\varphi(az,bz,z)=0$; dont le développement sera de la forme :

$$pz^m+qz^{m-1}+\text{etc.} \qquad +sz+t=0. \qquad (2)$$

Pour que la droite mobile soit tangente à la surface proposée, il faudra que cette équation ait des racines égales, ou que les z des points de tangence satisfassent à l'équation

$$mpz^m+(m-1)qz^{m-1}+\text{etc.}+sz=0. \qquad (3)$$

Mais les mêmes z satisfont aux équations $x=az$, $y=bz$. Si donc on substitue pour a et b leurs valeurs prises dans ces der-

nières équations, dans l'équation (3), celle qui en résultera sera satisfaite par les coordonnées de la courbe de tangence. A l'égard de cette substitution, nous observerons que si on la faisoit d'abord dans l'équation (2), on retomberoit sur l'équation (1). Mais l'équation (3) se déduit de l'équation (2), en multipliant chaque terme par le degré de ce terme : donc aussi l'équation cherchée se déduira de l'équation (1), en multipliant chaque terme par le degré de ce terme.

Soit donc

$$f(x, y, z) = 0, \quad (4)$$

l'équation cherchée. Les coordonnées de tangence satisferont aux équations (1) et (4). Si on multiplie la première par m et qu'on en retranche la seconde, les mêmes coordonnées satisferont encore à la différence, qui sera une équation du $(m-1)^{eme}$ dégrè, et si l'on représente A, B, C, D, etc. la somme des termes de différens degrés de l'équation (1), cette équation pourra être représentée par $A + B + C +$ etc. $= 0$, ou

$$mA + mB + mC + \text{etc.} = 0.$$

L'équation (4) sera représentée par

$$mA + (m-1)B + (m-2)C + \text{etc.} = 0,$$

et l'équation qui sera leur différence

$$B + 2C + 3D + \text{etc.} = 0.$$

C'est l'équation d'une surface $(m-1)^{eme}$ degré qui contient la courbe cherchée.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE.

Par M. Puissant, Professeur à l'École impériale Militaire.

Il existe plusieurs théorêmes de statique qui donnent lieu à des propositions très-curieuses de pure géométrie, comme on peut le voir dans la Polygonométrie de M. Lhuilier de Genève, et sur-tout dans la Géométrie de position de M. Carnot. Ces savans sont parvenus, par des méthodes géométriques, à quelques propriétés du *centre des moyennes distances*, point qui est le même que celui que l'on nomme en mécanique *centre de gravité;* ces propriétés peuvent aussi se découvrir aisément et avec beaucoup d'élégance par l'analyse. Pour donner une preuve de cette assertion, nous nous proposerons la question suivante qui dérive du *principe des momens.*

Problême.

Mener un plan dans l'espace, de manière que la somme des perpendiculaires abaissées sur ce plan et de plusieurs points donnés à sa volonté soit égale à une droite donnée *m*.

Solut. Supposons, pour plus de symétrie dans le calcul, que les perpendiculaires soient situées d'un même côté du plan cherché, et au nombre de trois seulement, ce qui ne nuit point à la généralité de la question, l'équation de ce plan sera

$$z = ax + by + c,$$

et la perpendiculaire à ce même plan aura généralement pour expression

$$\frac{z - ax - by - c}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}}.$$

Ainsi, relativement aux points donnés $x'y'z'$ $x''y''z''$, $x'''y'''z'''$, on aura, en se conformant d'ailleurs à l'énoncé de la proposition,

$$(z' - ax' - by' - c) + (z'' - ax'' - by'' - c)$$
$$+ (z''' - ax''' - by''' - c) = m\sqrt{1 + a^2 + b^2}.$$

Substituant dans l'équation du plan cherché pour c sa valeur tirée de l'équation, on obtiendra

$$z - \frac{z' + z'' + z'''}{3} = a\left(x - \frac{x' + x'' + x'''}{3} - \frac{m}{3}\frac{\sqrt{1 + a^2 + b^2}}{a}\right)$$
$$+ b\left(y - \frac{y' + y'' + y'''}{3}\right).$$

Si on transporte les axes parallèlement à eux-mêmes, et si on place leur origine au centre des moyennes distances des trois points donnés, on aura simplement, en désignant, par $x_{,}, y_{,}, z_{,}$ les coordonnées relatives aux nouveaux axes,

$$z_{,} = a\left(x_{,} - \frac{m}{3}\frac{\sqrt{1 + a^2 + b^2}}{a}\right) + by_{,}.$$

Cette équation est évidemment celle d'un plan mené par un point de l'axe des $x_{,}$, distant de la nouvelle origine de la quantité $\frac{m}{3}\frac{\sqrt{1 + a^2 + b^2}}{a}$. Mais il est facile de s'assurer que cette quantité

désigne précisément l'abscisse du point par lequel passeroit un plan à-la-fois parallèle à un autre plan donné à volonté, et tangent à une sphère ayant pour rayon $\frac{m}{3}$, ou en général $\frac{m}{n}$, n étant le nombre des points donnés, et m la somme des perpendiculaires. Donc tous les plans qui satisfont à la proposition sont tangens à une sphère dont le centre est celui des moyennes distances des points nommés, et dont le rayon est égal à la somme des perpendiculaires en question, divisée par le nombre de ces points.

M. *Puissant* a joint à cet article l'énoncé du théorême suivant:

Si quatre cercles touchent chacun trois côtés d'un quadrilatère plan quelconque, les centres de ces cercles seront toujours sur une même circonférence.

En modifiant convenablement les considérations du contact, on pourroit trouver une infinité d'autres théorêmes analogues à celui-ci.

On invite MM. les élèves de l'École Polytechnique à donner la démonstration de ce théorême.

H. C.

SUR LE PLUS PETIT CRÉPUSCULE.

J'ai fait voir (N°. 5 *de cette Correspondance*) comment on parvient, par des considérations géométriques, à déterminer le jour de l'année pour lequel le crépuscule est le plus petit.

En appliquant le calcul différentiel à l'*expression* de la durée du crépuscule que Cagnoli a donnée, dans sa Trigonométrie, on trouve facilement la *moindre* durée. Mais M. *Billy*, professeur à l'Ecole impériale Militaire de Fontainebleau, m'a envoyé une solution algébrique de ce même problême; elle sera insérée dans le 14^e. cahier du journal de l'École Polytechnique.

H. C.

GÉOMÉTRIE.

Du cercle tangent à trois cercles donnés, par M. CAUCHY, élève.

J'ai donné (N°. 2 *de cette Correspondance*) une solution géométrique de ce problême : *trouver le centre et le rayon d'un*

cercle tangent à trois cercles donnés. M. Cauchy m'a communiqué une solution de ce même problême, qui m'a paru remarquable par sa simplicité; la voici :

Supposez que l'on augmente ou diminue le rayon du cercle cherché d'une quantité égale au rayon du plus petit cercle donné, selon que ces deux cercles doivent se toucher intérieurement ou extérieurement, cela reviendra à diminuer ou augmenter les rayons des deux autres cercles donnés de la même quantité, suivant la nature de leurs points de contact avec le cercle cherché, et le problême se trouvera, par ce moyen, ramené à cet autre.

Mener par un point donné un cercle tangent à deux cercles donnés.

La solution de ce dernier problême repose sur ce théorême:

Si deux cercles sont tangens au point A (fig. 8), *et que par le point de tangence on mène des sécantes CD, BE, ces sécantes seront coupées en parties proportionnelles ; les triangles ABC, ADE seront semblables, et les côtés BC, DE parallèles.*

Soient A, OB, $O'C$ (fig. 9) le point et les cercles donnés. Supposons le problême résolu, et soit ABC le cercle cherché, B et C ses points de tangence avec les cercles donnés. Menez les droites ABE, ACG, $DBCF$. D'après le théorême énoncé, les trois triangles ABC, BDE, CFG seront semblables. Si par les points EG, vous menez EH, GI tangentes aux cercles OB, $O'C$, vous aurez

$$\text{l'angle } AEH = BDE = BCA,$$
$$\text{l'angle } AGI = CFG = CBA;$$

d'où il suit que les triangles AGI, AEH sont semblables au triangle ABC, et que leurs côtés GI, EH sont parallèles. En nommant t, t' les tangentes menées par le point A aux cercles OB, $O'C$, vous aurez

$$\begin{aligned} t'^2 &= AC \times AG = AB \times AI \\ t^2 &= AB \times AE, \end{aligned}$$

d'où l'on conclut

$$\frac{t'^2}{t^2} = \frac{AI}{AE}.$$

Ainsi les conditions d'après lesquelles on doit déterminer les points E et G sont que les tangentes menées par ces points aux cercles donnés soient parallèles, et que AI soit à AE dans le rapport connu de t'^2 à t^2.

Si l'on prend, à partir du point A sur la ligne AO, une quantité AR qui soit à AO dans le rapport de t'^2 à t^2, puis, que l'on décrive du point R comme centre, et d'un rayon RI qui soit à DE dans le même rapport, le cercle Im, ce cercle devra être tangent à IG. Pour obtenir IG, il suffira donc de mener une tangente commune aux deux cercles IM, $O'C$. Si l'on joint AH, AE, les intersections de ces droites avec les cercles OB, $O'C$ donneront leurs points de tangence B et C avec le cercle cherché.

H. C.

De l'Arête de rebroussement sur la surface, enveloppe de l'espace parcouru par une sphère dont le centre décrit une cycloïde ; par M. LIVET, *répétiteur à l'Ecole Polytechnique.*

Dans la surface du canal curviligne, qui a pour axe une cycloïde située dans le plan des xy, il est évident que la développée de l'axe est la projection horizontale de l'arête de rebroussement ; je dis de plus que *sa projection sur le plan des* yz *est une parabole ordinaire.*

En effet, menons par un point quelconque M (fig. 10) de la cycloïde ADB la normale Mm, le point de contact m de cette normale avec la développée AC de cette courbe sera la projection horizontale d'un des points de l'arête de rebroussement, soit z l'élévation de ce point au-dessus du plan des xy, et faisons l'ordonnée $pm = y$, en appelant le rayon de la sphère génératrice R, on aura visiblement

$z = \sqrt{R^2 - \overline{Mm}^2}$; mais $Mm =$ arc $Am = 2\,AQ = 2\sqrt{2\,ay}$, (ou nommant a le rayon du cercle générateur), on aura donc $z = \sqrt{R^2 - 8\,ay}$, d'où $z^2 = R^2 - 8\,ay$ qui est l'équation de la parabole ordinaire. L'arête de rebroussement de ce canal sera donc la courbe d'intersection d'une surface cylindrique verticale ayant pour base la développée de l'axe, et d'une surface cylindrique horizontale ayant pour base une parabole ordinaire.

On trouve un résultat tout-à-fait semblable relativement à la surface engendrée par un cône droit, à base circulaire dont l'axe est toujours vertical, et dont le centre se meut sur une cycloïde tracée sur le plan des xy. (Voyez l'Analyse appliquée à la géométrie, par M. *Monge*.)

Programme des manipulations chimiques qui doivent être exécutées par les élèves de la seconde division, présenté par M. Guyton, *et adopté par le Conseil d'instruction, dans sa séance du* 20 *mai* 1806.

En soumettant au Conseil la série des expériences du cours de manipulations chimiques, nous avons cru devoir exposer les principes qui nous ont guidé dans leur choix. Il est bon de ne point perdre de vue qu'il ne s'agit pas de perfectionner des élèves, mais de former des commençans aux manipulations chimiques; en conséquence, les expériences doivent : 1°. être choisies de manière qu'elles n'exigent ni l'emploi de vases et de réactifs précieux, ni l'adresse et la précision qu'on est en droit d'attendre de chimistes exercés ;

2°. Que leur durée n'excède pas six à sept heures, temps que les élèves peuvent y consacrer ;

3°. Qu'elles soient assez nombreuses et assez variées pour donner des exemples de tous les modes de synthèse, d'analyse et des différentes modifications de l'action chimique ;

4°. Que leur classification coïncide le plus qu'il est possible avec la distribution des cours des professeurs des deux divisions, et qu'en servant pour ainsi dire de confirmation aux théories qui sont exposées dans ces cours, elles donnent aux élèves des connoissances plus précises sur les procédés et les matériaux employés dans les arts relatifs aux services auxquels ils sont appelés.

Première partie.

Gaz oxigène. — Gaz hydrogène. — Gaz azote.

Soufre. — Phosphore. — Charbon. — *Procédés pour les obtenir purs.*

Hydrogène sulfuré, — phosphuré, — carburé.

Analyse de l'eau.

Gaz oxyde d'azote. — Gaz nitreux.

Acide nitreux, — nitrique. — *Purification de l'acide nitrique.*

Acide sulfurique, — sulfureux, — phosphorique, — carbonique, — muriatique, — muriatique oxigéné, — fluorique, — boracique.

Potasse. — Soude. — Baryte. — Strontiane. — Chaux. — Ammoniaque. — Magnésie. — Alumine. — Silice. — *Les obtenir à l'état de pureté.*

Sulfures de potasse, de chaux. — Sulfures hydrogénés d'ammoniaque, de baryte, de strontiane. —Hydrosulfures de potasse, de soude, d'ammoniaque.

Sulfate d'ammoniaque ; examen de ses propriétés, de sa décomposition. — *Donné comme exemple d'une combinaison qui exige des précautions.*

Décomposition du sulfate de soude pour en obtenir la soude. —Pyrophore. —Sulfites de soude et d'ammoniaque. —Phosphure de chaux. — Phosphate de soude. — (1) Nitrate de potasse *de toutes pièces* (art du salpêtrier). — Nitrate d'ammoniaque et gaz oxide d'azote. — (2) Nitrite de potasse et poudre à canon. — Analyse de la poudre à canon. — Carbonate d'ammoniaque. Purification et cristallisation du muriate de soude. — Muriate suroxigéné de potasse.

IIe. PARTIE. (*Des Métaux.*)

Essais docimastiques par la voie sèche.

Essais d'une mine de fer oxidé, etc., — d'un sulfure de plomb, —d'un sulfure d'antimoine et analyse des scories, — d'un sulfure de mercure.

Alliage fusible de *Darcet* et son analyse. —Alliage de plomb et d'antimoine (caractères d'imprimerie). — Alliage d'étain et de plomb (soudure des plombiers ; etc.) ; son analyse. —Alliage d'étain et de cuivre (bronze, métal de cloche ; son analyse. — Alliage de zinc et de cuivre (laiton, similor, tombac) ; son analyse. — Oxide de zinc. — Oxides jaune et rouge de plomb. — Oxide d'étain et d'un alliage de plomb et étain (potée). — Sulfure de fer à différentes proportions de soufre. — Sulfure de mercure noir et rouge. — Sulfure de cuivre et sa réduction. — Phosphure de plomb. — Oxide d'étain sulfuré.

Actions diverses de l'acide sulfurique sur les métaux et les oxides métalliques.

Sulfate de zinc et gaz hydrogène. — Sulfate de manganèse et gaz oxigène. — Sulfate de mercure et acide sulfureux.

---

(1) Cette expérience est donnée pour prouver aux élèves que les matériaux employés dans les constructions sont sujets à se détériorer en se salpêtrant ; elle intéresse d'ailleurs les officiers d'artillerie, etc.

(2) Donnée comme exemple d'une combinaison d'acide nitreux, et pour prouver que, malgré le changement de proportion d'oxigène, la saturation n'a pas changé. Comme cette expérience n'exige pas beaucoup de temps, on y a joint la préparation de la poudre à canon.

Nitrate d'argent et purification de l'argent. — Nitrate d'étain au moyen de l'acide nitrique étendu d'eau ; examen de ce nitrate. — *Idem* au moyen de l'acide nitrique concentré. — Nitrate de plomb et oxide pur de plomb. — Nitrate de manganèse par le moyen d'un oxide très-oxigéné et d'une substance végétale.

Muriate d'étain et gaz hydrogène. — Muriate oxigéné de mercure. — Muriate de manganèse et acide arsenique. — Nitro-muriate d'antimoine. Sa précipitation par l'eau et examen du précipité.

Arsenite de potasse et vert de Schéele.

Examen d'un sel triple métallique.

Chromate de potasse et chromate de plomb. — Tartrite de potasse antimonié. — Arseniate de potasse.

III^e^. PARTIE. (*Des Substances Végétales.*)

Acide malique, — oxalique, — benzoïque, gallique, — tartareux. — Tartrite de potasse et de soude. — Analyse de la farine. — Fécule de pomme de terre. — Huile d'amandes douces. — Savon de soude. — Savon de potasse. — Huile siccative ; sa combinaison avec l'argile. — Huile essentielle de thérébentine. — Vernis gras. — Vernis à l'essence. — Vernis à l'alcool. — Analyse d'une gomme-résine. — Teinture violette sur laine par le bois de Campêche. — Teinture rose sur soie par le safranum. — Teinture jaune sur coton par la gaude. — Dissolution de l'indigo, 1°. par l'acide sulfurique, 2°. par les alcalis (*cuve d'Inde*). — Laque rouge de bois de Brésil. — Papier réactif jaune et bleu. — Préparation de l'encre à écrire. — Distillation d'une matière végétale, — du vin, — du cidre. — Ether sulfurique. — Ether nitrique. — Distillation du vinaigre. — Acide acétique retiré de l'acétate de plomb et de l'acétate de cuivre.

IV^e^. PARTIE. (*Des Sustances Animales.*)

Analyse du sang.

Prussiate de fer. — Prussiate de soude. — Acide prussique. — Savon de laine et de graisse. — Gélatine et colle-forte.

Analyse des os. — Analyse du lait. — Acide sacholactique ou muqueux. — Analyse de la bile. — Analyse de l'urine. — Distillation d'une matière animale.

Supplément. Analyses d'une argile, — d'une marne, — d'une pierre à chaux, — d'une pierre à plâtre, — d'une ardoise, de divers minerais de fer, de cuivre, de plomb. — Analyse des cendres du bois, — de la tourbe, — du charbon de terre, — d'une eau minérale.

LIVRES PUBLIÉS PAR DES PERSONNES DE L'ÉCOLE.

Rapport de M. le conseiller-d'état Lacuée sur l'Ecole impériale Polytechnique, à S. M. l'Empereur. *In*-4°. *A Paris, de l'imprimerie impériale*, *février* 1806.

Rapport sur l'Ecole Polytechnique et ses relations avec les écoles d'application des services publics, *arrêté par le Conseil de Perfectionnement, dans sa session de l'an* 14, *conformément à la loi du* 25 *frimaire an* 8. — Vol. *in*-4°.

Journal de l'Ecole Polytechnique, publié par le Conseil d'Instruction. 1 vol *in*-4°. de 376 pages. 13°. cahier.

Nota. La Commission chargée de l'impression du 14e cahier est composée de MM. Hachette et Poisson, professeurs, et de M. Laruel, bibliothécaire. MM. les auteurs sont invités à envoyer leurs mémoires à l'un des membres de la Commission.

Programmes du cours de géométrie descriptive appliquée à l'art de l'ingénieur des ponts et chaussées, par M. *J. Sganzin*, professeur à l'Ecole Polytechnique, inspecteur general des ponts et chaussées. 1 vol. *in*-4°.

Programme du cours de mécanique, par M. Prony.

Supplément aux nouvelles methodes pour la détermination des orbites des comètes, par M. Legendre.

Traité élémentaire du calcul différentiel et intégral de M. Lacroix. 2e. édition. 1 vol. *in*-8°.

Elémens de géométrie, par M. Legendre. 6e. édition.

ÉTABLISSEMENT DIRIGÉ PAR DES PROFESSEURS DE L'ECOLE POLYTECHNIQUE.

École préparatoire polytechnique, rue de Seine, près le pont des Arts.

Le but principal de cette école est d'offrir aux aspirans à l'Ecole Polytechnique un enseignement complet sur ce qui est exigé, pour l'admission à cette Ecole, en mathématiques, langues latine et française, et dessin de la figure. Les eleves de l'école préparatoire polytechnique sont ou externes ou pensionnaires; le

pensionnat est sous la direction particulière de M. Boisbertrand, ancien élève de l'Ecole Polytechnique, et chargé de l'enseignement des mathématiques.

Les salles d'étude et de dessin sont ouvertes tous les jours depuis huit heures du matin jusqu'à quatre. Le prix de la souscription, pour les externes, est de 90 francs par trimestre; le prix de la pension, y compris l'instruction, est fixé à 1560 francs par an pour les jeunes gens au-dessus de 16 ans, et à 1360 pour ceux d'un âge moins avancé.

Paris, 7 avril 1806.

J. G. Lacuée, conseiller-d'état, président de la section de la guerre, grand-officier de la légion d'honneur, membre de l'Institut national, gouverneur de l'Ecole Polytechnique, à MM. Hachette et Durand, instituteurs de l'Ecole Polytechnique.

J'ai lu avec beaucoup d'intérêt, Messieurs, le mémoire dans lequel vous avez bien voulu me faire part du régime et du cours d'étude que vous faites suivre aux jeunes gens qui se préparent, sous vos auspices, à entrer dans les services publics. Ce cours et ce régime m'ont paru très-propres à rassurer les parens sur les dangers de Paris, et à fournir à l'Ecole dont S. M. a daigné me confier le gouvernement, des candidats d'une haute distinction.

Les examens que subiront les élèves de l'école préparatoire, et la conduite qu'ils tiendront dans l'Ecole impériale, prouveront, je le desire autant que je l'espère, que j'avois conçu une idée juste d'un établissement dont vous êtes les créateurs, et auquel vous consacrez les momens de loisir que vous laisse le reste de vos devoirs.

J'ai l'honneur de vous saluer, Messieurs, avec une considération distinguée,

Signé J. G. Lacuée.

§. II.

ÉVÉNEMENS PARTICULIERS.

Le 30 frimaire an 14 (21 décembre 1805), les élèves de l'Ecole imperiale ont exprimé, dans l'adresse suivante, leurs sentimens d'admiration pour le vainqueur d'Austerlitz.

Les élèves de l'Ecole impériale Polytechnique à S. M. l'Empereur des Français, Roi d'Italie.

SIRE,

Nous avons lu, nous avons dévoré les bulletins de la grande armée. Tout ce que les faits les plus éclatans peuvent inspirer d'étonnement et d'admiration, nous l'avons éprouvé au récit des prodiges par lesquels Votre Majesté Impériale et Royale vient d'élever la France au plus haut degré de puissance et de gloire. Nulle part le nom de Napoléon n'a été répété avec plus d'enthousiasme et de vénération qu'à l'Ecole Polytechnique; un seul regret se mêle à la joie que nous éprouvons, celui de ne pouvoir prendre part à ces hauts faits d'armes, à ces rapides succès dont l'histoire des nations n'offre point d'exemple. Quand pourrons-nous partager de si nobles travaux? quand mériterons-nous l'honneur de combattre sous les ordres de notre Empereur? Tel est le plus impatient de nos desirs; mais les éternels ennemis de la France ne sont pas tous désarmés; il reste encore des palmes à cueillir.

En attendant que nous puissions paroître sur les champs de bataille, qu'il nous soit du moins permis de mettre sous les yeux de Votre Majesté l'expression de nos sentimens; souffrez que la voix de jeunes Français destinés à la profession des armes se distingue parmi les acclamations de la France entière, et daignez accueillir avec bonté cet hommage inspiré à chacun de nous par un cœur dévoué à la patrie, à notre Empereur et à son auguste famille.

Nous avons l'honneur d'être avec respect,
de Votre Majesté,
les très-humbles et très-fidèles sujets.

M. le Gouverneur a prévu qu'il y auroit des cas où la maladie d'un élève exigeroit que MM. les officiers de santé de l'Ecole se concertassent avec d'autres personnes d'un mérite éminent. Il a nommé comme médecins consultans, MM. Barthès et Portal, et comme chirurgiens consultans, MM. Pelletan et Boyer.

MM. les élèves de l'Ecole Polytechnique employant leurs momens de loisir à l'étude des arts d'agrément, M. le Gouverneur, après avoir fait disposer dans l'intérieur de l'Ecole des salles pour cet objet, a désigné des maîtres externes dont la moralité et les

talens lui étoient connus; ceux-là seuls ont le droit de donner des leçons dans l'intérieur de l'Ecole. Il a nommé plusieurs maîtres pour chaque art; ce qui laisse à MM. les élèves le choix entre de bons professeurs. Il y a six maîtres pour l'escrime, trois pour la danse, six pour la musique, et six pour les langues modernes.

Le 22 février 1806, S. Exc. le Ministre de l'Intérieur, accompagné de M. le Gouverneur, a visité l'Ecole.

Le 27 avril, on a fait l'inauguration du buste de l'Empereur, dans le grand amphithéâtre.

Le 11 mai, le bataillon de l'Ecole Polytechnique a manœuvré à la parade du palais des Tuileries, en présence de l'Empereur.

Le 20 mai, M. Lacépède, chancelier de la légion d'honneur, a vu avec intérêt l'Ecole Polytechnique dans son nouveau local (ci-devant collége de Navarre).

M. Monge ayant été nommé président du sénat, n'a pu continuer ses leçons; M. Hachette a été chargé de continuer le cours d'analyse appliquée à la géométrie, pour la seconde division.

---

§. III.

PERSONNEL DES ELÈVES.

MM. Cousin et Robert ont été admis, le premier dans le service des ponts et chaussées, et le second dans le service de l'artillerie, à défaut de places vacantes dans le service des mines, où ils avoient été déclarés admissibles, le 13 brumaire an 14. (Voyez *Correspondance*, page 156.)

M. Berge, lieutenant-colonel d'artillerie, aide-de-camp du premier inspecteur de cette arme, a été nommé *major* du 5^e. régiment d'artillerie à cheval.

M. Trémiolles (sorti de l'Ecole en l'an 8 pour le service du génie militaire) a été nommé capitaine et membre de la légion d'honneur.

Ont été nommés auditeurs au conseil-d'état MM. Barante, Basset, Jules Anglès.

A été nommé préfet de Montenotte, M. Chabrol (J. J. G. A.).

M. Héron de Villefosse a été nommé ingénieur en chef des mines.

M. Lamandé fils a été nommé ingénieur en chef de deuxième classe : c'est le premier élève de l'Ecole Polytechnique promu à ce grade. Il doit cet avancement aux talens dont il a fait preuve dans la direction des travaux du pont en fer construit à Paris près le Jardin des Plantes. Cet ouvrage, digne du corps le plus célèbre dans l'art des constructions (*le corps impérial des ponts et chaussées*), est actuellement consacré à la gloire des militaires français. Ce beau monument devoit rappeler une époque remarquable; le public l'avoit nommé pont d'*Austerlitz*. L'Empereur a voulu que les rues qui aboutissent à ce pont, prissent les noms des braves officiers morts dans cette glorieuse campagne, que la victoire d'Austerlitz avoit terminée, et que l'une de ces rues rappelât à la postérité le nom du colonel *Lacuée*.

Pourrois-je peindre l'effet qu'a produit ce décret impérial sur les élèves de l'Ecole Polytechnique? Admiration pour le génie d'un Empereur, aussi attentif à distinguer le mérite que prompt à le récompenser; douleur profonde sur la perte du colonel *Lacuée*, dont le nom leur rappeloit l'oncle de ce jeune officier, le Gouverneur, le père de l'Ecole Impériale Polytechnique; cette noble ardeur, que les plus grands revers ne peuvent abattre, et que le récit des belles actions enflamme : tels sont les sentimens que tous les élèves ont éprouvés. C'est dans le même temps que j'ai recueilli, sur une carte dessinée au pinceau par l'un d'eux, la notice suivante :

Combat livré le 9 octobre 1805, aux ponts sous Gunzbourg, entre les troupes autrichiennes défendant le passage du Danube par quatre régimens et vingt pièces de canon, et les troupes françaises commandées par le colonel Lacuée.

La division du général Mulher marche à l'attaque des ponts; les trois corps de droite attaquent et enlèvent le pont de communication entre la rive gauche du Danube et la petite île située sous Gunzbourg; ils sont ensuite repoussés.

Le 59ᵉ. régiment, commandé par le colonel *Lacuée*, attaque

le pont placé immédiatement au-dessous du premier ; il est enlevé sous 20 pieces de canon, dont trois tirent à mitraille. Les cinq compagnies qui ont forcé ce pont, gagnent la hauteur qui domine le village de *Reisenberg*; là le colonel *Lacuée* reçoit une première blessure ; il n'en continue pas moins sa marche victorieuse, et s'approche du chemin qui conduit de *Gunzbourg* à *Nornheim*. Maître de cette position, il est atteint d'une balle qui lui perce le cœur. Les sapeurs le reportèrent au point où avoit commencé l'attaque, et il expira. On a recueilli ses derniers mots ; ils sont dignes du héros qui les a proférés : *Le régiment a fait son devoir, je meurs content.*

Le prince Murat a ordonné qu'on érigeât sur sa tombe un monument pour consacrer sa gloire et ses vertus. Le général de brigade Lamarque s'est chargé de rendre les derniers devoirs à son cher et estimable ami. H. C.

---

§. IV.

ACTES DU GOUVERNEMENT.

Du 28 février 1806. — Décret impérial contenant nomination de M. Poisson à la place de professeur d'analyse, en remplacement de M. Fourier, préfet de l'Isère.

Du même jour. — Décret impérial portant création d'une chaire de grammaire et belles-lettres à l'Ecole Polytechnique, et nomination de M. Andrieux à la place de professeur de cette chaire.

Par décision du Ministre de l'Intérieur, en date du 18 février, M. Cicéron a été nommé administrateur de l'Ecole Polytechnique, en remplacement de M. Lermina, que l'Ecole a perdu le 22 janvier.

CONCOURS POUR L'ADMISSION DES ÉLÈVES.

Extrait du registre des délibérations du Conseil d'Instruction de l'Ecole impériale Polytechnique.

Les examens pour l'admission à l'Ecole impériale Polytechnique seront ouverts, pour l'année 1806, dans les villes et aux époques ci-après ;

SAVOIR :

M. DINET, *examinateur*.	Paris...... le	1^{er}. septembre.
Tournée du sud-ouest. M. LABBEY, examinateur.	Marseille... le	1^{er}. septembre.
	Montpellier. le	7 *idem.*
	Toulouse ... le	13 *idem.*
	Bordeaux... le	22 *idem.*
	Poitiers.... le	1^{er}. octobre.
	Orléans.... le	9 *idem.*
Tournée du nord-ouest. M. FRANCŒUR, examinateur.	Rennes.... le	1^{er}. septembre.
	Caen...... le	6 *idem.*
	Rouen..... le	12 *idem.*
	Douai ..... le	18 *idem.*
	Bruxelles... le	24 *idem.*
	Mayence... le	2 octobre.
	Strasbourg. . le	6 *idem.*
	Metz...... le	11 *idem.*
Tournée du sud-est. MM. HACHETTE ET POISSON, examinateurs.	Gênes..... le	1^{er}. septembre.
	Turin..... le	6 *idem.*
	Grenoble... le	14 *idem.*
	Lyon...... le	19 *idem.*
	Genève.... le	26 *idem.*
	Besançon... le	2 octobre.
	Dijon..... le	9 *idem.*

Le programme des connoissances exigées pour l'admission à l'Ecole impériale Polytechnique a été arrêté par le Conseil de perfectionnement, et approuvé par le Ministre de l'Intérieur, ainsi qu'il a été donné n°. 5 de la Correspondance, pag. 176.

Conformément au vœu du Conseil de Perfectionnement, approuvé par le Ministre, et dans la vue d'empêcher que les élèves de l'Ecole impériale Polytechnique ne fussent exposés à y apporter ou à y recevoir la contagion de la petite-vérole, les candidats seront tenus de produire un certificat authentique constatant qu'ils ont eu cette maladie ou qu'ils ont été vaccinés.

Les conditions pour être admis à l'examen sont détaillées dans la loi et les arrêtés suivans ;

SAVOIR :

Loi du 25 *frimaire an* 8.

Art. 4. Ne pourront se présenter à l'examen d'admission que les Français âgés de 16 à 20 ans ; ils seront porteurs d'un certificat de l'administration municipale de leur domicile, attestant leur bonne conduite et leur attachement au Gouvernement.

Art. 5. Tout Français qui aura fait deux campagnes de guerre dans l'une des armées de la République, ou un service militaire pendant trois ans, sera admis à l'examen jusqu'à l'âge de vingt-six ans accomplis.

Art. 7. Chaque candidat déclarera à l'examinateur le service public pour lequel il se destine, etc. Ces services sont *l'artillerie de terre, l'artillerie de la marine, le génie militaire, les ponts et chaussées, la construction civile et nautique des vaisseaux et bâtimens civils de la marine, les mines.*

Arrêté du 12 *germinal an* 11.

Art. 1er. Les sous-officiers et soldats d'artillerie qui, au jugement des professeurs des écoles de cette arme, auront acquis les connoissances exigées pour entrer à l'Ecole Polytechnique, pourront concourir par voie de l'examen, pour y être admis, jusqu'à l'âge de trente ans accomplis, au lieu de vingt-six fixé par la loi du 25 frimaire an 8 (sous la condition commune aux militaires des autres armes, de justifier de deux campagnes de guerre ou de trois années de service militaire).

Arrêté du 18 *fructidor an* 11.

Art. 51. Les sous-officiers et soldats de sapeurs et mineurs qui auront acquis les connoissances exigées pour entrer à l'Ecole Polytechnique, pourront concourir, pour y être admis, jusqu'à l'âge de trente ans accomplis, au lieu de vingt-six fixé par la loi du 25 frimaire an 8 (sous la même condition que ci-dessus, pour l'artillerie et les autres armes).

Les militaires qui sont dans ce cas recevront des routes pour se rendre à Paris ou dans la ville d'examen la plus voisine de leur garnison, à l'effet de se présenter aux examens de l'Ecole Polytechnique.

Décret impérial du 22 *fructidor an* 13.

Art. 1er. Tout individu qui sera admis à l'avenir à l'Ecole Polytechnique en qualité d'élève, devra verser entre les mains du conseil d'Administration de cette Ecole une pension annuelle de 800 fr. Cette pension sera assurée et payée ainsi qu'il est prescrit pour les pensions des vélites.

Art. 2. Outre la pension prescrite par l'article 1er., chaque élève devra, en entrant à l'Ecole, être pourvu d'un trousseau semblable à celui qui a été déterminé pour l'école spéciale militaire, et se fournir à ses frais les livres de tout genre, les règles, compas et crayons qui lui sont personnellement nécessaires.

Les détails particuliers relatifs à la composition du trousseau et autres conditions secondaires d'admission des élèves seront indiqués dans un programme séparé qui sera adressé à MM. les préfets et affiché dans les salles d'examen.

Les actes de naissance, certificats et autres pièces pour justifier que les candidats ont rempli les conditions ci-dessus, seront remis par eux à l'examinateur avant l'examen.

Ceux qui desireront concourir, devront se rendre dans l'une des villes indiquées ci-dessus, se présenter au préfet, qui les fera inscrire et leur indiquera le jour et le lieu où ils pourront subir l'examen. Il en sera de même de ceux qui desireront être examinés à Paris; ils seront tenus de se présenter à la préfecture du département de la Seine, où on les fera inscrire, et où on leur indiquera le jour et l'heure de leur examen. *La liste des candidats sera fermée la veille de l'ouverture de l'examen.*

Les candidats qui auront été admis par le jury recevront à leur domicile leur lettre d'admission; ils seront tenus de se rendre à Paris assez à temps pour assister à l'ouverture des cours, que la loi a fixée au 20 novembre. Ceux des candidats admis qui, à raison de leur peu de fortune, auroient besoin de secours, recevront, pour leur voyage (suivant la décision du Ministre-directeur de l'administration de la guerre, en date du 9 germinal an 12), le traitement du grade de sergent d'artillerie marchant sans étape, d'après une feuille de route qui leur sera délivrée par le commissaire des guerres de l'arrondissement de leur domicile, à la vue de leur lettre d'admission, conformément à l'article 11 de la loi précitée.

Le 31 mai 1806.

Le conseiller-d'état, président de la section de la guerre, grand-officier de la légion d'honneur, membre de l'Institut national, gouverneur de l'Ecole impériale Polytechnique,

J. G. Lacuée.

Décision de S. Exc. le Ministre de l'Intérieur, relative à l'âge d'admission, du 7 juin 1806.

Les candidats ne seront admis à l'examen qu'en justifiant qu'ils n'ont pas eu vingt ans accomplis le 1er. janvier de l'année du concours, et qu'ils auront au moins seize ans le 20 novembre, époque de l'ouverture des cours de l'Ecole Polytechnique.

Extrait du décret impérial du 8 fructidor an 13, concernant la levée de la conscription de l'an 14 (tit. 5).

Les élèves de l'Ecole Polytechnique ayant rang de sergent d'artillerie, conformément à la loi du 25 frimaire an 8, ne doivent point, tant qu'ils sont à cette Ecole, être appelés pour être mis en activité; mais s'ils en sortent sans être placés par le Gouvernement, ils seront tenus de marcher au premier appel fait à leur canton, si leur numéro les y appelle ou les y a précédemment appelés.

Au Palais des Tuileries, le 3 mars 1806.

Napoléon, Empereur des Français et Roi d'Italie, vu notre décret impérial du 3 frimaire an 13, sur le rapport de notre Ministre de l'Intérieur, nous avons décrété et décrétons ce qui suit:

Art. Ier. L'ancien collége de Boncours, dont les bâtimens et dépendances devoient être compris dans la conscription du lycée-pensionnat Napoléon, sont et demeurent affectés au service de l'Ecole Polytechnique.

II. Les maisons ayant vue sur l'intérieur des bâtimens actuels de l'Ecole Polytechnique, lesquelles faisoient partie des dépendances du collége de Navarre, et qui ont été vendues et aliénées comme biens nationaux, seront rachetées pour l'isolement et la conscription de cet établissement, et lui seront et demeureront également affectées.

III. Il sera pris par notre Ministre de l'Intérieur toutes les mesures convenables pour traiter, avec les acquéreurs et adjudicataires, de la rétrocession de ces maisons. Un crédit spécial sera ouvert pour en affecter le paiement d'après le prix stipulé dans la soumission des propriétaires actuels, et aux termes du contrat d'acquisition qui en sera passé.

IV. Notre Ministre de la Guerre est autorisé à faire acquitter les 22,597 francs, restant du crédit spécial de l'an 13 ouvert au budjet de son département pour l'Ecole Polytechnique. L'emploi en sera fait conformément à ce qui aura été ordonné pour le service de l'Ecole.

V. Notre Ministre de l'Intérieur est chargé de l'exécution du présent décret.

Signé NAPOLÉON.

Par l'Empereur, le secrétaire-d'état, *Signé* HUG. B. MARET.

Pour ampliation, le Ministre de l'Intérieur,

Signé CHAMPAGNY.

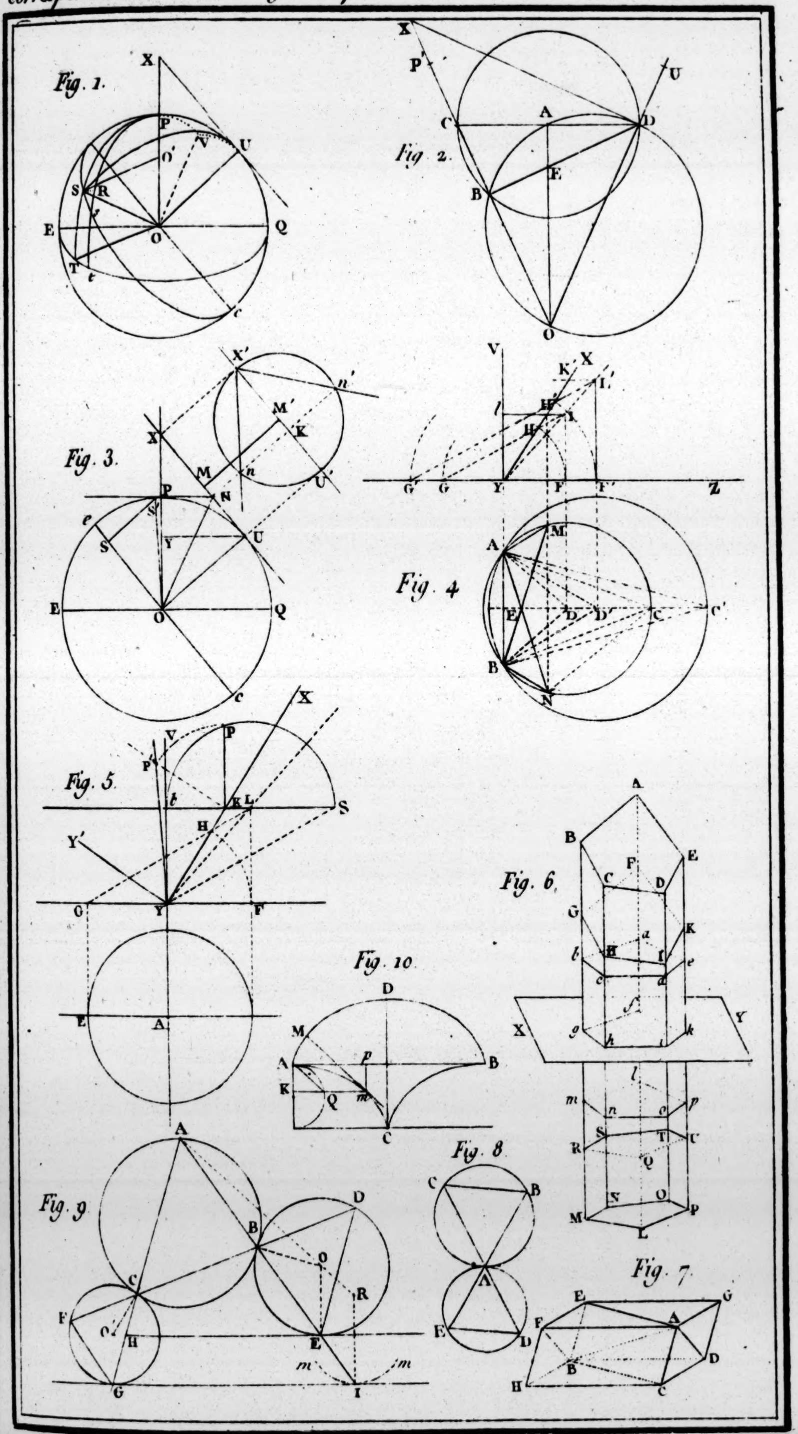
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10